МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ СКОРОСТИ РОСТА ЦЕН В ЭКОНОМИКЕ

Залаева А. А., студент

Гилёва О.В., старший преподаватель

Бирский филиал УУНиТ, г. Бирск, Россия

Аннотация. Статья посвящена анализу математических методов, применяемых для вычисления и прогнозирования скорости роста цен в экономике. Мы последовательно рассматрели переход от простых дискретных темпов прироста к непрерывным моделям на основе дифференциального исчисления. Особое внимание уделено логарифмическому методу и численному дифференцированию, которые позволяют оценивать мгновенную скорость инфляции при высокочастотных или нерегулярных данных. Несомненна практическая значимость этих инструментов для решения прикладных задач, таких как расчет реальной доходности вкладов и анализ рыночной волатильности.

Ключевые слова: динамика цен, темп прироста, инфляция, экономическая математика.

В любой экономической системе анализ динамики цен занимает центральное место, поскольку от скорости их роста зависят реальные доходы населения. Для меня, как для студента, только начинающего знакомство с экономической математикой, важно понимать, что цена — это не статичная величина, а функция времени. Её изменение можно измерять по-разному: от простого сравнения «до – после» до оценки мгновенной скорости в каждый момент времени. Математические методы позволяют перевести качественное понятие быстрого роста цен в точные количественные показатели, пригодные для анализа и прогноза. В данной статье рассмотрены основные математические подходы к вычислению скорости роста цен — от элементарных формул темпа прироста до дифференциального исчисления.

Простейшим и наиболее распространённым методом является дискретный темп прироста. Если известны цены на товар в два последовательных момента времени, например, в январе (P_1) и феврале (P_2), то скорость роста за месяц вычисляется как относительное изменение: $\frac{P_2 - P_1}{P_1}$, часто выражаемое в процентах. Этот метод интуитивно понятен, но имеет недостаток: результат сильно зависит от выбранного интервала и не учитывает периодичные колебания внутри. Для более точного анализа используют цепные индексы, перемножая относительные изменения за короткие промежутки, это даёт накопленный рост за несколько периодов.

Однако реальные экономические процессы, как правило, непрерывны: цены могут меняться ежечасно, а давление инфляций действует постоянно. В этом случае на помощь приходит дифференциальное исчисление. Скорость роста цен в непрерывном времени определяется как первая производная функции цены по времени: $v(t) = \frac{dP}{dt}$. Эта величина показывает, на сколько денежных единиц в среднем возрастает цена за единицу времени в данный момент. Именно такую нормированную величину экономисты часто называют «темпом инфляции» в непрерывной модели.

Особого внимания заслуживает логарифмический метод. Взяв натуральный логарифм от цены и продифференцировав его по времени, получаем мгновенный темп прироста: $\frac{d(lnP)}{dt}$. Это очень удобно, поскольку интегрирование этой скорости на интервале даёт общее относительное изменение цены: $\ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) = \int \left(\frac{d(\ln P)}{dt}\right) dt$. Такой подход применяется при высокочастотных данных (например, биржевые котировки) и позволяет корректно усреднять скорость роста на периоде с переменной интенсивностью.

Кроме того, для вычисления скорости роста цен в условиях нерегулярных наблюдений используются методы численного дифференцирования. Например, если известны цены на равноотстоящие даты, можно вычислить производную через конечные разности: центральная разность даёт более точную оценку мгновенной скорости, чем простая разность «вперёд». Полезно знать, что выбор метода зависит от цели: для оперативного мониторинга подойдёт ежемесячный темп прироста, а для построения теоретических модель необходим аппарат дифференциальных уравнений.

В качестве примера приведем следующую задачу: Инвестор анализирует динамику стоимости тонны меди на бирже. Известно, что в начальный момент времени ($t_1 = 0$, начало месяца) цена составляла $P_1 = 8000$ долларов. К концу месяца ($t_2 = 1$, через 30 дней) цена выросла до $P_2 = 8400$ долларов.

Экономист вывел формулу непрерывного изменения цены для этого периода: $P(t) = 8000 \cdot e^{0,0488t}$, где t — время в месяцах.

Задание:

1) Найти дискретный темп прироста цены за месяц.

2) Найти мгновенную скорость роста цены в самом начале месяца ($t = 0$), используя дифференциальное исчисление.

3) Найти мгновенный темп прироста цены через логарифмический метод.

Решение:

1. Дискретный темп прироста (простой метод «до – после»)

Используем формулу относительного изменения:

$$\text{Темп прироста} = \frac{\mathrm{P}_2 - \mathrm{P}_1}{\mathrm{P}_1} = \frac{8400 - 8000}{8000} = \frac{400}{8000} = 0{,}05 \text{ или } 5\%$$

Ответ: за весь месяц цена товара увеличилась ровно на 5%.

2. Мгновенная скорость роста (дифференциальный метод)

Найдем первую производную функции цены по времени $v(t) = \frac{dP}{dt}$:

$$P'(t) = (8000 \cdot e^{0{,}0488t})' = 8000 \cdot 0{,}0488 \cdot e^{0{,}0488t} = 390{,}4 \cdot e^{0{,}0488t}$$

Теперь вычислим мгновенную скорость в начальный момент (t=0):

$$v(0) = 390{,}4 \cdot e^0 = 390{,}4 \text{ (долл.)/месяц}$$

Ответ: В самом начале месяца цена росла со скоростью 390,4 доллара в месяц.

3. Мгновенный темп прироста (логарифмический метод)

Найдем натуральный логарифм от функции цены:

$$\ln P(t) = \ln(8000 \cdot e^{0,0488t}) = \ln(8000) + 0,0488t$$

Продифференцируем полученное выражение по времени, чтобы узнать непрерывный темп инфляции:

$$\frac{d(lnP)}{dt} = (ln\ (8000) + 0,0488t)' = 0 + 0,0488 = 0,0488 \text{ или } 4,88\%$$

Ответ: Мгновенный темп прироста постоянен на всем промежутке и составляет 4,88% в месяц. (Разница с дискретными 5% объясняется эффектом непрерывного начисления «сложных процентов»).

Приведем также практическую задачу с решением, который иллюстрирует метод численного дифференцирования. Этот подход незаменим в реальности, когда у экономиста нет готовой формулы функции цен, а есть только дискретные ежедневные данные с биржи или из магазинов. Для расчета мгновенной скорости используются конечные разности (в данном случае — центральная разность, как наиболее точная).

Задача: Расчет ежедневного темпа инфляции по фактическим данным. Аналитик розничной сети отслеживает цену P на импортный кофе. Из-за логистических сбоев цена менялась каждый день. В таблице приведены зафиксированные значения за три последовательных дня мая:

Дата	День (t)	Цена за упаковку, руб (P)
14 мая	t_0 = 14	P_0 = 1220
15 мая	t_1 = 15	P_1 = 1250
16 мая	t_2 = 16	P_2 = 1270

Шаг измерения времени составляет один день (h = 1).

Задание:

1. Методом численного дифференцирования (через центральную разность) найдите мгновенную скорость изменения цены в середине периода — 15 мая.

2. Рассчитайте локальный темп прироста цены (инфляцию) на 15 мая в процентах в день.

Решение:

1. Расчет мгновенной скорости изменения цены

Когда формула функции неизвестна, производная в точке t_1 приближенно находится как среднее арифметическое между изменениями цен в предыдущий и последующий дни. Формула центральной разности:

$$P'(t_1) \approx \frac{P_2 - P_1}{2h}$$

Подставляем значения из таблицы (шаг h = 1 день):

$$P'(15) \approx \frac{1270 - 1220}{2 \cdot 1} = \frac{50}{2} = 25 \text{ руб/день}$$

Ответ: По состоянию на 15 мая цена на кофе росла со скоростью 25 рублей в день.

2. Расчет локального темпа прироста (инфляции)

Чтобы перевести абсолютную скорость (в рублях) в относительный темп инфляции (в процентах), разделим полученную производную на текущую цену товара в этот день ($P_1 = 1250$руб):

$$\text{Темп прироста} = \frac{P'(15)}{\mathrm{P}_1} \cdot 100\%$$

$$\text{Темп прироста} = \frac{25}{1250} \cdot 100\% = 0{,}02 \cdot 100\% = 2\%$$

Ответ: Мгновенный темп инфляции для данного товара 15 мая составил 2% в день.

Подводя итоги, с уверенностью можно сказать, что математические методы вычисления скорости роста цен образуют спектр от арифметически простых до требующих знания основ анализа. Освоив дискретные темпы прироста, логарифмическую производную и численное дифференцирование, студент получает инструментарий для решения типовых задач: расчёта реальной доходности вкладов с поправкой на инфляцию, сравнения волатильности разных товарных групп или оценки момента, когда цена достигнет заданного порога. Главный вывод заключается в том, что за любым экономическим показателем, будь то рост цен на 0,3% за день или годовая инфляция 8%, стоит конкретная математическая операция, и правильный её выбор — залог адекватности анализа.

Литература

1. Гисин В. Б. Дискретные модели в экономике: учебник и практикум для вузов. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Издательство Юрайт, 2026. 76 с. (Высшее образование). URL: urait.ru (дата обращения: 16.05.2026). Режим доступа: по подписке.
2. Методологические подходы к прогнозным расчетам темпов роста основных обобщающих показателей / Я. А. Маммедова, Ш. М. Оразмаммедова, О. Д. Сапарова, А. Ю. Аклыева // Молодой ученый. 2023. № 41 (488). С. 11-113
3. Степанов В. И., Терпугов А. Ф. Экономико-математическое моделирование: учебное пособие для студентов вузов. М.: Академия, 2009. 111 с.
4. Филатов А. Ю. Математическая экономика. Практический курс: учебник и практикум для вузов. М.: Издательство Юрайт, 2025, 169 с. (Высшее образование). URL: urait.ru (дата обращения: 16.05.2026). Режим доступа: по подписке.